

第八讲 找规律（三）

数学家看问题，总想找规律.我们学数学，也要向他们学习.找规律，要从简单的情况着手，仔细观察，得到启示，大胆猜想，找出一般规律，还要进行验证，最后还需要证明（在小学阶段不要求同学们进行证明）.

例1 沿直尺的边缘把纸上的两个点连起来，这个图形就叫做线段.这两个点就叫线段的端点，如图8—1—1所示.不难看出，线段也可以看成是直线上两点间的部分.如果一条直线上标出11个点，如图8—1—2所示，任何两点间的部分都是一条线段，问共有多少条线段.



图8-1-1

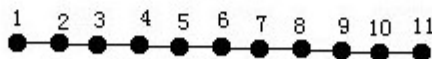


图8-1-2

解：先从简单的情况着手.

(1) 画一画，数一数：（见图8—1—3）

(2) 试着分析：

2个点，线段条数： $1=1$

3个点，线段条数： $3=2+1$

4个点，线段条数： $6=3+2+1$

5个点，线段条数： $10=4+3+2+1$

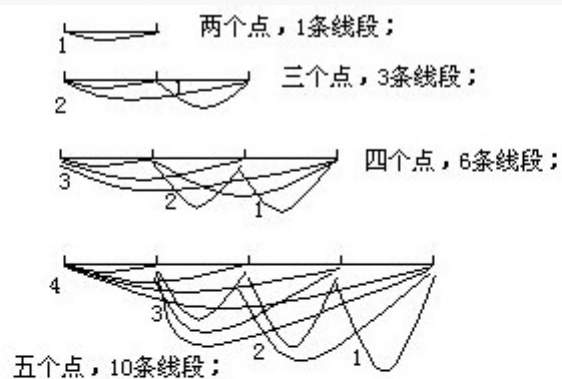


图8-1-3

(3) 大胆猜想：一条直线上有若干点时线段的条数总是从1开始的一串自然数相加之和，其中最大的自然数比点数小1.

(4) 进行验证：对于更多点的情况，对猜想进行验证，看猜想是否正确，如果正确，就增加了对猜想的信心. 如：

6个点时：对不对？

——对. 见图 8—1—4.

线段条数： $5+4+3+2+1=15$ （条）.

(5) 应用规律：应用猜想到的规律解决更复杂的问题.

当直线上有11个点时，线段的条数应是：

$10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=55$ （条）.

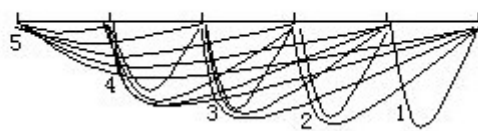


图8-1-4

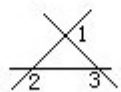
例2 如图8—2中(1)~(5)所示两条直线相交只有1个交点, 3条直线相交最多有3个交点, 4条直线相交最多有6个交点, ……那么, 11条直线相交最多有多少交点?

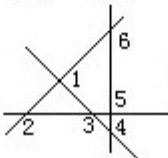
解: 从简单情况着手研究:

(1) 画一画、数一数

1 条直线  0 个交点

2 条直线  1 个交点

3 条直线  3 个交点

4 条直线  6 个交点

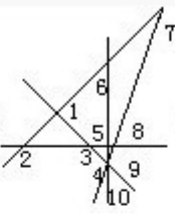
5 条直线  10 个交点

图8-2

图8-2

(2) 试着分析:

直线条数 最多交点数

1 0

2 $1=1$

3 $3=2+1$

4 $6=3+2+1$

$$5 \quad 10=4+3+2+1$$

(3) 大胆猜想：若干条直线相交时，最多的交点数是从1开始的一串自然数相加之和，其中最大的自然数比直线条数小1。

(4) 进行验证：见图8—3. 取6条直线相交，画一画，数一数，看一看最多交点个数与猜想的是否一致，若相符，则更增强了对猜想的信心。

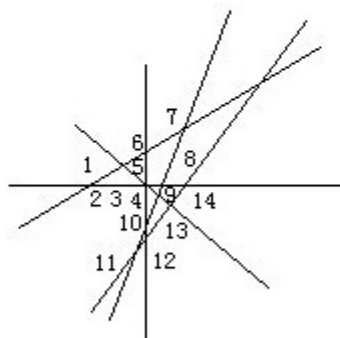


图8-3

用猜想的算法进行计算：最多交点数应是

$$5+4+3+2+1=15 \text{ (个)} .$$

(5) 应用规律：应用猜想到的规律解决更复杂的问题. 当有11条直线相交时，最多的交点数应是：

$$10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=55 \text{ (个)} .$$

例3 如图8—4所示，一张大饼，切1刀最多切成2块，切2刀最多切成4块，切3刀最多切成7块，……问切10刀最多切成多少块？

解：从最简单情况着手研究.

(1) 画一画、数一数

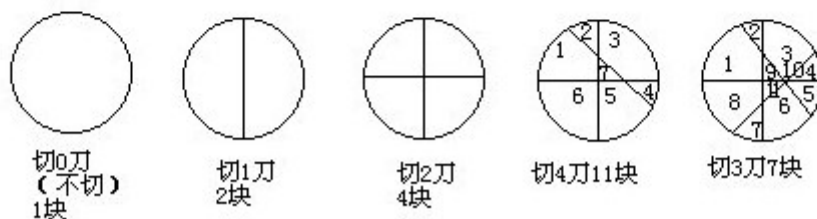


图8-4

(2) 试着分析:

所切刀数 切出的块数

0 1

1 $2=1+1$

2 $4=1+1+2$

3 $7=1+1+2+3$

4 $11=1+1+2+3+4$

(3) 大胆猜想: 把一张大饼切若干刀时, 切成的最多块数等于从1开始的一串自然数相加之和加1. 其中最大的自然数等于切的刀数.

(4) 进行验证: 见图8—5对大饼切5刀的情况用两种方法求解, 看结果是否一致, 若一致则更增强了对猜想的信心.

①数一数: 16块.

②算一算: $1+1+2+3+4+5=16$ (块) .

(5) 应用规律: 把大饼切10刀时, 最多切成的块数是:

$$1+1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$$

$$=1+55$$

$$=56 \text{ (块)} .$$

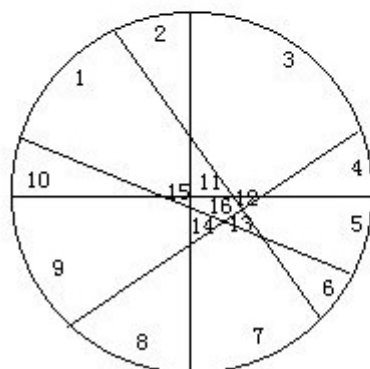


图8-5